PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.**

c) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.**

d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

e) **Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque.** En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = a + b\cos(x) + c\,\mathrm{sen}(x).$$

Halla a, b y c sabiendo que su gráfica tiene en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{2}$ a la recta $y = 1$ como recta tangente, y que la recta $y = x - 1$ corta a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) e^{-x^2}$.

a) **[1,5 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) **[1 punto]** Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = -x^2 + 7$ y $g(x) = |x^2 - 1|$.

a) **[1 punto]** Halla los puntos de intersección de las gráficas de f y g. Realiza un esbozo del recinto acotado y limitado por dichas gráficas.

b) **[1,5 puntos]** Calcula el área de dicho recinto.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Halla $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\, dx$.

BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **[1,25 puntos]** Halla todas las matrices X que cumplen $XA = -AX^t$ y $X^2 = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

b) **[1,25 puntos]** Halla todas las matrices Y que cumplen $YA = AY$, la suma de los elementos de su diagonal principal es cero y tienen determinante -1.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Un proveedor de perfumerías vende a sus comerciantes tres tipos de perfumes A, B y C. En un primer pedido una tienda ha encargado 20 perfumes de tipo A, 30 de tipo B y 15 de tipo C, por un importe de 2200 euros. En un segundo pedido ha comprado 15 perfumes de tipo A, 10 de tipo B y 10 de tipo C, por un importe de 1250 euros.

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuánto tendremos que pagar por un pedido de 25 perfumes de tipo A, 10 perfumes de tipo B y 16 de tipo C?

b) **[1,25 puntos]** Si añadimos que el precio de un perfume de tipo C es $\frac{2}{5}$ del precio de una unidad de tipo A, ¿cuál es el precio de cada tipo de perfume?

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - 2y + z - 2 = 0$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x = & 1 + 2\lambda \\ y = & \lambda \\ z = & 1 \end{array} \right. \quad \lambda \in \mathbb{R}$.

a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de π y r.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta contenida en π que pasa por el punto $P(2, -1, -2)$ y es perpendicular a r.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $A(4, 0, 0)$ y $B(0, 2, 0)$. Calcula los puntos del plano OXZ que forman un triángulo equilátero con A y B.
