
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

PAU Andalucía, Ceuta, Melilla y Centros en Marruecos

Junio 2026 · Resolución completa

Resolución paso a paso con explicaciones didácticas · *estudiante.plus*

Estructura del examen: 4 ejercicios. En los Ejercicios 1 y 3 se puede elegir entre las opciones A) o B). Los Ejercicios 2 y 4 son únicos, sin opciones. Se incluye la resolución de **ambas opciones** de los Ejercicios 1 y 3 para cubrir todos los casos.

EJERCICIO 1 · Opción A) (3 puntos)

En un festival de cine con tres sesiones se venden tres tipos de entradas: Estándar, Premium y VIP. En la sesión inaugural se vendieron 5 entradas Premium, 20 Estándar y 20 VIP, obteniéndose una recaudación de 1800 €. En la sesión nocturna se vendieron 10 VIP, 10 Estándar y 5 Premium, recaudándose 1000 €. El día de la proyección de clausura, el número de entradas Premium superó en 4 al resto de entradas, que fueron 12 VIP y 4 Estándar, arrojando una recaudación de 1560 €.

a) [2,25 puntos] Calcule el precio de cada tipo de entrada y la recaudación total obtenida.

b) [0,75 puntos] Determine el tipo de entrada con la que se obtuvo una mayor recaudación y el valor de dicha recaudación.

Resolución**Apartado a)**

Llamamos x = precio Estándar, y = precio Premium, z = precio VIP. En la sesión de clausura hubo 12 VIP y 4 Estándar (16 entradas en total), y las Premium superaron en 4 a ese resto, luego Premium = $16 + 4 = 20$.

Planteamos el sistema con las tres sesiones:

$$\left. \begin{array}{l} 20x + 5y + 20z = 1800 \\ 10x + 5y + 10z = 1000 \\ 4x + 20y + 12z = 1560 \end{array} \right\}$$

Restando la 1ª ecuación menos la 2ª: $10x + 10z = 800 \Rightarrow x + z = 80$.

Sustituyendo en la 2ª (dividida entre 5): $2x + y + 2z = 200$, y usando $x + z = 80$:
 $y = 200 - 2(80) = 40$.

Con $y = 40$ en la 3ª (dividida entre 4): $x + 3z = 190$. Junto con $x = 80 - z$:

$$80 - z + 3z = 190 \Rightarrow z = 55 ; x = 25$$

✓ **Estándar = 25 €, Premium = 40 €, VIP = 55 €. Recaudación total = 1800 + 1000 + 1560 = 4360 €.**

⇒ **Error común:** No identificar bien la relación de la sesión de clausura: las Premium son el resto (12 VIP + 4 Estándar = 16) más 4, es decir 20 entradas Premium, no 16.

Apartado b)

Sumamos las entradas vendidas de cada tipo y multiplicamos por su precio:

Tipo	Entradas totales	Precio	Recaudación
Estándar	$20 + 10 + 4 = 34$	25 €	850 €
Premium	$5 + 5 + 20 = 30$	40 €	1200 €
VIP	$20 + 10 + 12 = 42$	55 €	2310 €

(Comprobación: $850 + 1200 + 2310 = 4360$ €, coincide con el total.)

✓ **La mayor recaudación se obtuvo con las entradas VIP: 2310 €.**

⇒ **Error común:** Confundir mayor recaudación con mayor número de entradas vendidas: hay que multiplicar cantidad por precio, no quedarse solo con el recuento.

EJERCICIO 1 · Opción B) (3 puntos)

Una empresa maderera fabrica tableros de dos tipos, DM y aglomerado, a partir de madera triturada. Para producir 1 m^2 de tablero DM se consumen 10 m^3 de madera triturada y se obtiene un beneficio de 10 € . Para producir 1 m^2 de tablero aglomerado se consumen 30 m^3 de madera triturada y se obtiene un beneficio de 20 € . La empresa puede fabricar diariamente como máximo 12 m^2 de tableros DM y 18 m^2 de tableros de aglomerado. Además, la capacidad total de la empresa limita la producción conjunta a 26 m^2 diarios y dispone de 600 m^3 de madera triturada al día. Determine cuántos metros cuadrados de cada tipo de tablero deben producirse diariamente para maximizar el beneficio total y calcule cuál es ese beneficio.

Resolución

Llamamos $x = \text{m}^2$ de tablero DM, $y = \text{m}^2$ de tablero aglomerado. La función objetivo (beneficio a maximizar) es:

$$B(x, y) = 10x + 20y$$

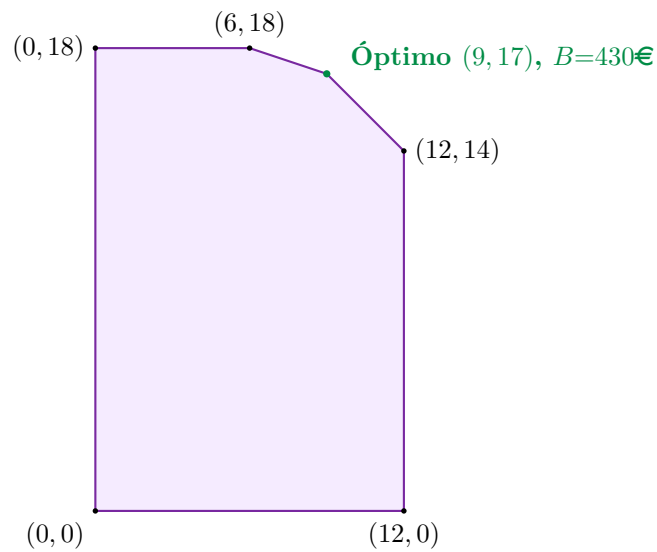
sujeta a las restricciones:

$$x \leq 12, \quad y \leq 18, \quad x+y \leq 26, \quad 10x+30y \leq 600 \text{ (es decir, } x+3y \leq 60), \quad x, y \geq 0$$

Hallamos los vértices de la región factible, intersecando cada par de rectas frontera:

Vértice	Origen	$B = 10x + 20y$
(0, 0)	intersección de ejes	0
(12, 0)	$x = 12$ con $y = 0$	120
(12, 14)	$x = 12$ con $x + y = 26$	400
(9, 17)	$x + y = 26$ con $x + 3y = 60$	430
(6, 18)	$x + 3y = 60$ con $y = 18$	420
(0, 18)	$x = 0$ con $y = 18$	360

Como el máximo de una función lineal en una región poligonal siempre se alcanza en un vértice, evaluamos B en cada uno de ellos (tabla anterior). El mayor valor se obtiene en (9, 17).



✓ Producción óptima: 9 m² de tablero DM y 17 m² de tablero aglomerado.
Beneficio máximo = 430 €.

⇒ **Error común:** Evaluar la función objetivo solo en los vértices de los ejes y olvidar calcular el vértice interior donde se cortan $x + y = 26$ y $x + 3y = 60$, que es precisamente donde suele estar el óptimo.

EJERCICIO 2 (3 puntos)

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{20} & \text{si } 0 \leq x < 20 \\ a + bx & \text{si } 20 \leq x < 50 \\ 36 - \frac{x^2}{100} & \text{si } 50 \leq x \leq 60 \end{cases}$$

siendo a y b números reales.

a) [0,75 puntos] Determine los valores de a y b para que la función f sea continua en todo su dominio.

b) Para $a = 26$ y $b = -\frac{3}{10}$:

i) [0,75 puntos] Calcule los extremos relativos de f .

ii) [0,5 puntos] Represente gráficamente f .

iii) [1 punto] Calcule el área del recinto acotado limitado por el eje OX y la gráfica de la función f .

Resolución**Apartado a)**

Para que f sea continua, los tres trozos deben coincidir en los puntos de empalme $x = 20$ y $x = 50$.

$$\text{En } x = 20: \frac{20^2}{20} = 20 = a + 20b.$$

$$\text{En } x = 50: a + 50b = 36 - \frac{50^2}{100} = 36 - 25 = 11.$$

Resolvemos el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} a + 20b = 20 \\ a + 50b = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow 30b = -9 \Rightarrow b = -\frac{3}{10}; a = 20 - 20\left(-\frac{3}{10}\right) = 26$$

$$\checkmark \quad a = 26, b = -\frac{3}{10}.$$

$\Rightarrow$ **Error común:** Igualar solo uno de los dos puntos de empalme: con una sola ecuación no se pueden despejar a y b a la vez, hacen falta ambos puntos.

Apartado b.i) Extremos relativos

Con $a = 26$, $b = -0,3$:

- Trozo 1: $f'(x) = \frac{x}{10} > 0$ en $(0, 20) \Rightarrow$ **creciente**.
- Trozo 2: $f'(x) = -0,3 < 0$ en $(20, 50) \Rightarrow$ **decreciente**.
- Trozo 3: $f'(x) = -\frac{x}{50} < 0$ en $(50, 60) \Rightarrow$ **decreciente**.

En $x = 20$, f pasa de creciente a decreciente: hay un **máximo relativo**, con $f(20) = 20$. En $x = 50$ la función es decreciente a ambos lados (no cambia el signo de la derivada), así que no hay extremo en ese punto.

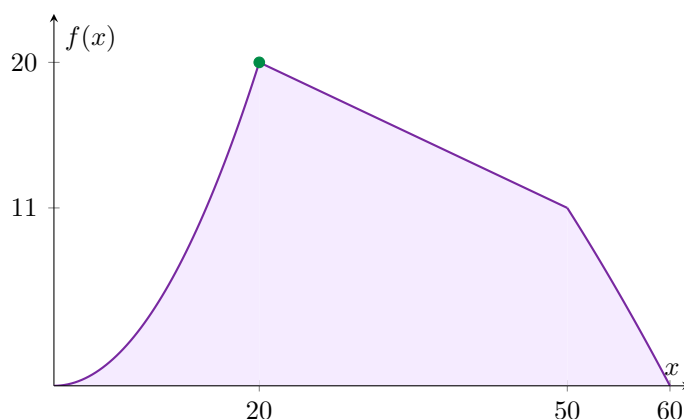
✓ **Único extremo relativo: máximo en $x = 20$, con $f(20) = 20$. f es creciente en $(0, 20)$ y decreciente en $(20, 60)$.**

⇒ **Error común:** Pensar que todo punto de empalme entre trozos es automáticamente un extremo relativo. Hay que comprobar el signo de la derivada a ambos lados.

Apartado b.ii) Gráfica

- Tramo $[0, 20]$: arco de parábola creciente desde $(0, 0)$ hasta $(20, 20)$.
- Tramo $[20, 50]$: segmento de recta decreciente desde $(20, 20)$ hasta $(50, 11)$.
- Tramo $[50, 60]$: arco de parábola (cóncava hacia abajo) decreciente desde $(50, 11)$ hasta $(60, 0)$.

La función es siempre ≥ 0 y se anula únicamente en $x = 0$ y $x = 60$: forma una única “colina” con pico en $x = 20$. La zona sombreada de la gráfica es precisamente el recinto cuya área se calcula en el apartado siguiente.



Apartado b.iii) Área del recinto

Como $f(x) \geq 0$ en todo $[0, 60]$, el área pedida es directamente:

$$A = \int_0^{20} \frac{x^2}{20} dx + \int_{20}^{50} (26 - 0,3x) dx + \int_{50}^{60} \left(36 - \frac{x^2}{100}\right) dx$$

$$\int_0^{20} \frac{x^2}{20} dx = \left[\frac{x^3}{60} \right]_0^{20} = \frac{8000}{60} = \frac{400}{3} \approx 133,33$$

$$\int_{20}^{50} (26 - 0,3x) dx = \left[26x - 0,15x^2 \right]_{20}^{50} = 925 - 460 = 465$$

$$\int_{50}^{60} \left(36 - \frac{x^2}{100}\right) dx = \left[36x - \frac{x^3}{300} \right]_{50}^{60} = 1440 - 1383,3 = \frac{170}{3} \approx 56,67$$

$$\text{Sumando: } A = \frac{400}{3} + 465 + \frac{170}{3} = 190 + 465 = 655$$

✓ **Área = 655 unidades cuadradas.**

⇒ **Error común:** Integrar una única expresión en todo $[0, 60]$ en lugar de trocear la integral en los tres intervalos donde f tiene expresiones distintas.

EJERCICIO 3 · Opción A) (2 puntos)

a) [1 punto] Dada la población $\{-5, -2, 13, 18, 20\}$, se consideran todas las muestras de tamaño 3 obtenidas mediante muestreo aleatorio simple. Calcule la media y la varianza de la distribución de la variable media muestral.

b) [1 punto] Dados dos sucesos A y B de un mismo espacio muestral, se sabe que $P(A) = 0,75$, $P(B^c) = 0,8$ y $P(A/B) = 0,6$. Calcule las siguientes probabilidades: $P(A \cap B)$, $P(B - A)$, $P(A \cup B)$, $P(A^c - B)$.

Resolución**Apartado a)**

Media y varianza poblacionales:

$$\mu = \frac{-5 - 2 + 13 + 18 + 20}{5} = \frac{44}{5} = 8,8$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{5} \sum (x_i - \mu)^2 = \frac{190,44 + 116,64 + 17,64 + 84,64 + 125,44}{5} = \frac{534,8}{5} = 106,96$$

Por el teorema central del límite, para muestreo aleatorio simple de tamaño n :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu ; \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\text{Con } n = 3: \mu_{\bar{x}} = 8,8; \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{106,96}{3} \approx 35,65.$$

✓ **Media de la distribución muestral = 8,8. Varianza $\approx 35,65$.**

⇒ **Error común:** Calcular la varianza poblacional dividiendo por $(N - 1)$ en lugar de por N : esa corrección es para varianzas *muestrales*, no para la varianza de una población completa dada como dato.

Apartado b)

$$P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0,2 - 0,12 = 0,08$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,75 + 0,2 - 0,12 = 0,83$$

$$P(A^c - B) = P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,83 = 0,17$$

✓ **$P(A \cap B) = 0,12$; $P(B - A) = 0,08$; $P(A \cup B) = 0,83$; $P(A^c - B) = 0,17$.**

⇒ **Error común:** Confundir $A^c - B$ con $A^c \cap B$ o con $B - A$. $A^c - B$ son los elementos que no están ni en A ni en B , es decir, el complementario de $A \cup B$ (ley de De Morgan).

EJERCICIO 3 · Opción B) (2 puntos)

Sean A y B dos sucesos del espacio muestral asociado a un experimento aleatorio. Se sabe que $P(A)$ es el doble de $P(B)$, $P(B^c/A) = 0,75$ y $P(A \cap B) = 0,2$.

- a) [0,5 puntos] Calcule la probabilidad de que ocurra B .
- b) [0,5 puntos] Calcule la probabilidad de que no ocurra ni A ni B . ¿Son los sucesos A^c y B^c incompatibles?
- c) Si el experimento se realiza 1350 veces de forma independiente:
 - i) [0,25 puntos] Determine la distribución de la variable aleatoria X : “Número de veces que ocurre B ”.
 - ii) [0,75 puntos] Calcule la probabilidad de que B ocurra a lo sumo 580 veces, pero más de 499 veces.

Resolución**Apartado a)**

Como $P(B^c/A) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(A)} = 0,75$ y $P(A \cap B^c) = P(A) - 0,2$:

$$\frac{P(A) - 0,2}{P(A)} = 0,75 \Rightarrow 0,25 P(A) = 0,2 \Rightarrow P(A) = 0,8$$

Como $P(A) = 2P(B)$:

✓ $P(B) = 0,4$.

Apartado b)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8 + 0,4 - 0,2 = 1$$

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 1 = 0$$

Como $P(A^c \cap B^c) = 0$, los sucesos A^c y B^c **sí son incompatibles**.

✓ $P(\text{ni } A \text{ ni } B) = 0$. A^c y B^c **son incompatibles**.

⇒ **Error común:** No relacionar “ni A ni B ” con $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$, e intentar calcularlo sin pasar por $P(A \cup B)$.

Apartado c.i)

Se repite el experimento 1350 veces de forma independiente con $P(B) = 0,4$ constante:

✓ $X \sim B(1350, 0,4)$.

Apartado c.ii)

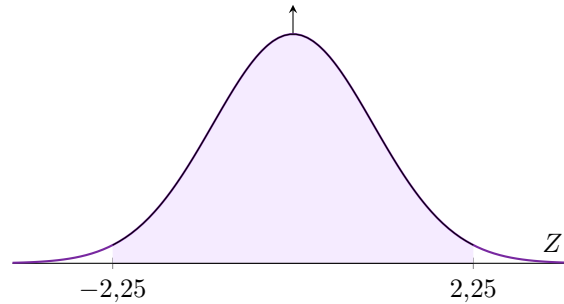
Como n es grande, aproximamos por una normal:

$$\mu = np = 1350 \times 0,4 = 540 ; \quad \sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{1350 \times 0,4 \times 0,6} = \sqrt{324} = 18$$

$$X \approx N(540, 18)$$

Queremos $P(499 < X \leq 580)$, aplicando la corrección de continuidad: $P(499,5 < X < 580,5)$.

$$Z_1 = \frac{499,5 - 540}{18} = -2,25 ; \quad Z_2 = \frac{580,5 - 540}{18} = 2,25$$
$$P(-2,25 < Z < 2,25) = 2 \cdot \Phi(2,25) - 1 = 2 \times 0,9878 - 1 = 0,9756$$



✓ $P(499 < X \leq 580) \approx \mathbf{0,9756}$.

⇒ **Error común:** Aplicar la aproximación normal a la binomial sin la corrección de continuidad, o equivocarse al tipificar.

EJERCICIO 4 (2 puntos)

Una empresa de transporte contrata una consultora para optimizar sus recursos. La consultora estudia la distancia en kilómetros que recorren en cada viaje los camiones de la empresa, sabiendo que la variable que mide dicha distancia se distribuye según una Normal de varianza 225 km^2 y media desconocida. Para ello, toma aleatoriamente una muestra de 49 viajes y obtiene una media de 325 km recorridos por viaje.

a) [0,75 puntos] Calcule un intervalo de confianza al 97 % para que la consultora pueda estimar la distancia media que recorren por viaje los camiones de la empresa.

b) [0,5 puntos] A la vista del intervalo obtenido, razone si la consultora puede considerar que los camiones de la empresa recorren por término medio 310 km por viaje.

c) [0,75 puntos] ¿Cuántos viajes, como mínimo, tendría que seleccionar aleatoriamente la consultora para estimar la distancia media que recorren por viaje los camiones de la empresa mediante un intervalo de confianza del 99 % que tuviera una amplitud inferior a 4 km?

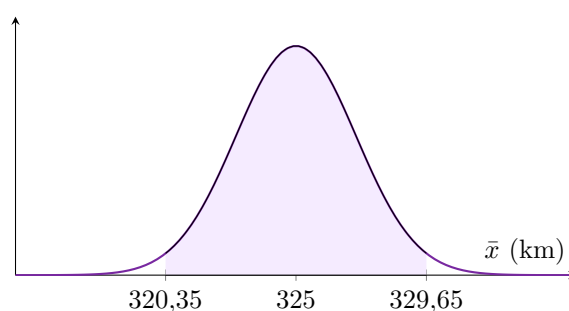
Resolución**Apartado a)**

Datos: $\sigma = \sqrt{225} = 15$, $n = 49$, $\bar{x} = 325$. El intervalo de confianza para la media (con σ conocida) es:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para el 97 %: $\alpha = 0,03$, $\alpha/2 = 0,015$; buscamos $\Phi(z) = 0,985$. En la tabla: $\Phi(2,17) = 0,9850$, luego $z_{0,015} = 2,17$.

$$E = 2,17 \times \frac{15}{\sqrt{49}} = 2,17 \times \frac{15}{7} \approx 4,65$$



✓ IC 97 % para μ : (320,35, 329,65) km.

⇒ **Error común:** Usar $\sigma^2 = 225$ directamente en la fórmula en lugar de $\sigma = \sqrt{225} = 15$.

Apartado b)

El valor 310 km **no pertenece** al intervalo (320,35, 329,65).

✓ No, la consultora no puede considerar que la media es 310 km, ya que ese valor queda fuera del intervalo de confianza.

Apartado c)

Para el 99 %: $\alpha/2 = 0,005$; interpolando en la tabla entre $z = 2,57$ ($\Phi = 0,9949$) y $z = 2,58$ ($\Phi = 0,9951$), obtenemos $z_{0,005} \approx 2,575$.

Queremos que la amplitud (el doble del error) sea inferior a 4 km:

$$2 \cdot z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 4 \Rightarrow \sqrt{n} > \frac{2 \times 2,575 \times 15}{4} = \frac{77,25}{4} = 19,3125$$

$$n > 19,3125^2 \approx 372,97$$

Como n debe ser entero y necesitamos garantizar la amplitud, redondeamos hacia arriba:

✓ $n_{\min} = 373$ viajes.

⇒ **Error común:** Redondear hacia abajo (372) en lugar de hacia arriba. Como se exige que la amplitud sea *inferior* a 4 km, hay que redondear siempre al entero superior.