
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

PAU Andalucía, Ceuta, Melilla y Centros en Marruecos

Junio 2022 (Ordinaria) · Resolución completa

Resolución paso a paso con explicaciones didácticas · *estudiante.plus*

Estructura del examen: 4 bloques (A, B, C, D). En cada bloque se elige un único ejercicio entre los dos propuestos (162, 364, 566, 768). Se incluye la resolución de **todos** los ejercicios para cubrir ambas opciones de cada bloque.

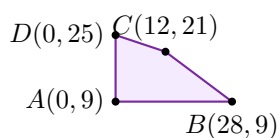
BLOQUE A · Ejercicio 1 (2,5 puntos)

Una pastelería decide preparar dos tipos de cajas de pastelitos para regalar a los clientes en su inauguración. En total dispone de 120 piononos y 150 pestiños. En la caja del primer tipo habrá 3 piononos y 2 pestiños y en la del segundo tipo 4 piononos y 6 pestiños. Deben preparar al menos 9 cajas del segundo tipo. Determine cuántas cajas de cada tipo deberá preparar para realizar el máximo número de regalos posible. En este caso, indique cuántos piononos y cuántos pestiños se utilizarán.

Resolución

Sea x = cajas tipo 1, y = cajas tipo 2. Maximizar $F(x, y) = x + y$.

Restricciones: $3x + 4y \leq 120$, $2x + 6y \leq 150$, $y \geq 9$, $x, y \geq 0$.



Vértice	$F = x + y$
$A(0, 9)$	9
$B(28, 9)$	37
$C(12, 21)$	33
$D(0, 25)$	25

✓ **28 cajas tipo 1 y 9 cajas tipo 2 (37 regalos).** Se usan $3(28) + 4(9) = 120$ piononos y $2(28) + 6(9) = 110$ pestiños.

⇒ **Error común:** Olvidar la restricción $y \geq 9$ (mínimo de cajas tipo 2) al calcular los vértices de la región factible.

BLOQUE A · Ejercicio 2

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = (2 \ -1 \ 0)$, $C = (1 \ 3 \ -1)$, donde a es un número real.

a) [0,75 puntos] Halle los valores del parámetro a para que la matriz A tenga inversa.

b) [0,75 puntos] Para $a = 2$, calcule la matriz inversa de A .

c) [1 punto] Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A + I_3 = B^t \cdot C$.

Resolución**Apartado a)**

$$\det(A) = a^2 - 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = 1, 3$$

✓ A tiene inversa para todo $a \neq 1$ y $a \neq 3$.

Apartado b)

$$\checkmark \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & 2 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

Apartado c)

$$X \cdot A + I_3 = B^t \cdot C \Rightarrow X = (B^t \cdot C - I_3) \cdot A^{-1}$$

$$\checkmark \quad X = \begin{pmatrix} -28 & -21 & 19 \\ 16 & 12 & -11 \\ -6 & -5 & 4 \end{pmatrix}.$$

$\Rightarrow$ **Error común:** Olvidar que $B^t \cdot C$ es un producto de un vector columna (3×1) por un vector fila (1×3), dando una matriz 3×3 (producto externo), no un número.

BLOQUE B · Ejercicio 3

a) [1,25 puntos] Se considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, con a, b, c números reales. Calcule los valores a, b, c , sabiendo que la gráfica de f posee un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 3$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $P(0, 18)$ es -3 .

b) [1,25 puntos] Calcule el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de la función $g(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$ y el eje de abscisas.

Resolución**Apartado a)**

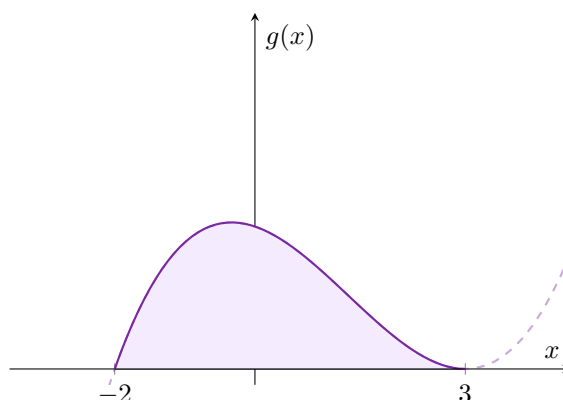
$$f(0) = c = 18. \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b; \quad f'(0) = b = -3.$$

$$f'(3) = 27 + 6a + b = 0 \Rightarrow 27 + 6a - 3 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\checkmark \quad a = -4, \quad b = -3, \quad c = 18.$$

Apartado b)

$g(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = (x - 3)^2(x + 2)$: raíces $x = -2$ y $x = 3$ (doble), con $g \geq 0$ entre ambas.



$$A = \int_{-2}^3 (x^3 - 4x^2 - 3x + 18) dx = \frac{625}{12}$$

$$\checkmark \quad \text{Área} = \frac{625}{12} \approx 52,08 \text{ unidades cuadradas.}$$

$\Rightarrow$ **Error común:** No factorizar correctamente el polinomio cúbico y perder la raíz doble en $x = 3$, integrando en un intervalo incorrecto.

BLOQUE B · Ejercicio 4

a) [1,25 puntos] Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 3 & x \leq 1 \\ ax^2 + bx + 2 & x > 1 \end{cases}$$

con a y b números reales. Determine los valores de a y b para que f sea continua y derivable en todo su dominio.

b) [1,25 puntos] Calcule el área del recinto acotado, limitado por el eje OX y la gráfica de la función $g(x) = -2x^2 + 8x - 6$.

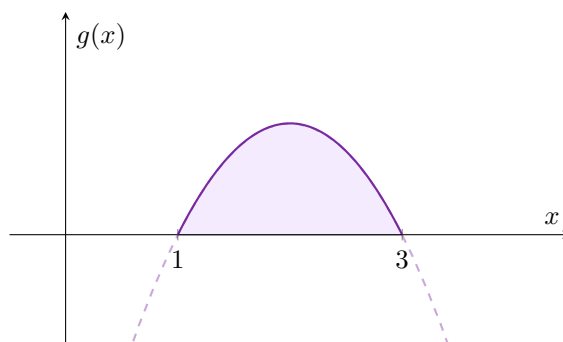
Resolución**Apartado a)**

$f(1) = 3$. Continuidad: $a + b + 2 = 3 \Rightarrow a + b = 1$. Derivabilidad: $f'(1^-) = 6$; $f'(1^+) = 2a + b = 6$.

✓ $a = 5$, $b = -4$.

Apartado b)

$g(x) = -2x^2 + 8x - 6$: raíces $x = 1, 3$.



$$A = \int_1^3 (-2x^2 + 8x - 6) dx = \frac{8}{3}$$

✓ Área = $\frac{8}{3} \approx 2,67$ unidades cuadradas.

BLOQUE C · Ejercicio 5

En un estudio realizado en una sucursal bancaria se ha determinado que el 70 % de los créditos concedidos son hipotecarios y el 25 % de los créditos superan los 200 000 €. El 20 % de los créditos son hipotecarios y de más de 200 000 €. Se elige al azar un cliente al que le han concedido un crédito. Calcule la probabilidad de que:

- a) [1 punto] El crédito no sea hipotecario y no supere los 200 000 €.
- b) [0,75 puntos] Si su crédito no es hipotecario, este no supere los 200 000 €.
- c) [0,75 puntos] Si su crédito supera los 200 000 €, que este no sea hipotecario.

Resolución

$$P(\text{hip}) = 0,70, P(> 200000) = 0,25, P(\text{hip} \cap > 200000) = 0,20.$$

Apartado a)

$$P(\text{hip} \cup > 200000) = 0,70 + 0,25 - 0,20 = 0,75$$

$$\checkmark P(\text{no hip} \cap \text{no supera}) = 1 - 0,75 = 0,25.$$

Apartado b)

$$P(\text{no hip} \cap \text{supera}) = 0,25 - 0,20 = 0,05$$

$$\checkmark P(\text{no supera}/\text{no hip}) = \frac{0,25}{0,30} \approx 0,833.$$

Apartado c)

$$\checkmark P(\text{no hip}/\text{supera}) = \frac{0,05}{0,25} = 0,2.$$

⇒ **Error común:** Confundir el suceso “hipotecario y de más de 200000€” (dato conjunto, 20 %) con una probabilidad condicionada.

BLOQUE C · Ejercicio 6

En su tiempo libre, el 65 % de los estudiantes de un centro educativo juega con videojuegos, el 45 % lee libros y el 15 % no hace ninguna de las dos cosas. Elegido al azar un estudiante de dicho centro, calcule la probabilidad de que:

- a) [1 punto] Juegue con videojuegos o lea libros.
- b) [0,75 puntos] Juegue con videojuegos y no lea libros.
- c) [0,75 puntos] Lea libros sabiendo que no juega con videojuegos.

Resolución

$$P(\text{video}) = 0,65, P(\text{libros}) = 0,45, P(\text{ninguna}) = 0,15.$$

Apartado a)

$$\checkmark \quad P(\text{video} \cup \text{libros}) = 1 - 0,15 = 0,85.$$

Apartado b)

$$P(\text{video} \cap \text{libros}) = 0,65 + 0,45 - 0,85 = 0,25$$

$$\checkmark \quad P(\text{video} \cap \text{no libros}) = 0,65 - 0,25 = 0,4.$$

Apartado c)

$$P(\text{libros/no video}) = \frac{0,45 - 0,25}{1 - 0,65} = \frac{0,2}{0,35} \approx 0,5714$$

$$\checkmark \quad P(\text{libros/no video}) \approx 0,5714.$$

BLOQUE D · Ejercicio 7

La resistencia media a la ruptura de una nueva gama de herramientas sigue una distribución Normal de desviación típica 15 MPa. Se seleccionan al azar 100 herramientas forjadas en la misma máquina durante el mismo proceso de producción, obteniéndose una resistencia media de 800 MPa.

a) [1,25 puntos] Realizando la estimación con un nivel de confianza del 92 %, ¿entre qué valores se estima la resistencia media poblacional de esta gama de herramientas?

b) [1,25 puntos] Manteniendo el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error máximo en la estimación de la resistencia media a la ruptura sea menor que 2 MPa?

Resolución**Apartado a)**

Con $z = 1,75$ (92 %):

$$E = 1,75 \times \frac{15}{\sqrt{100}} = 2,625$$

✓ IC 92 %: (797,375, 802,625) MPa.

Apartado b)

$$n \geq \left(\frac{1,75 \times 15}{2} \right)^2 \approx 172,27$$

✓ $n_{\min} = 173$.

⇒ **Error común:** Redondear hacia abajo (172) en lugar de hacia arriba: como se exige un error *menor* que 2 MPa, hay que garantizarlo redondeando siempre al entero superior.

BLOQUE D · Ejercicio 8

Se quiere estudiar la proporción de perros que están vacunados en Andalucía. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 400 perros de los que 320 resultan estar vacunados.

a) [1,5 puntos] Obtenga un intervalo con un nivel de confianza del 92 % para estimar la proporción de perros vacunados en Andalucía y calcule el error máximo cometido.

b) [1 punto] En una nueva muestra, manteniendo el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, ¿cuántos perros, como mínimo, hay que elegir para que el error sea menor que 0,02?

Resolución

$$\hat{p} = \frac{320}{400} = 0,8.$$

Apartado a)

Con $z = 1,75$ (92 %):

$$E = 1,75 \sqrt{\frac{0,8 \times 0,2}{400}} = 0,035$$

✓ **IC 92 %:** (0,765, 0,835). **Error máximo** = 3,5 %.

Apartado b)

$$n \geq \frac{1,75^2 \times 0,8 \times 0,2}{0,02^2} = 1225$$

✓ $n_{\min} = 1225$ **perros.**

Resolución elaborada por **EstudiantePlus** · *estudiante.plus*
PAU Andalucía · Matemáticas CCSS · Junio 2022