
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

PAU Andalucía, Ceuta, Melilla y Centros en Marruecos
Julio 2025 (Extraordinaria) · Resolución completa

Resolución paso a paso con explicaciones didácticas · *estudiante.plus*

Estructura del examen: 4 bloques (A, B, C, D). El Bloque B tiene un único ejercicio (Ejercicio 3). En los Bloques A, C y D se puede elegir entre dos ejercicios (1ó2, 4ó5, 6ó7). Se incluye la resolución de **todos** los ejercicios para cubrir ambas opciones de cada bloque.

BLOQUE A · Ejercicio 1

a) [1,75 puntos] Un fabricante de paneles fotovoltaicos está analizando la eficiencia de tres modelos de placas (A, B y C). En un día determinado se realizaron tres pruebas. En la primera, utilizando 2 placas del modelo A, 1 placa del modelo B y 3 placas del modelo C, se generó una potencia efectiva total de 2960 W. En la segunda, al combinar 1 placa del modelo A, 3 placas del modelo B y 2 placas del modelo C, se obtuvo una potencia efectiva total de 2990 W. En la tercera, una configuración con 3 placas del modelo A, 2 placas del modelo B y 1 placa del modelo C produjo una potencia efectiva total de 2870 W. Expresa el problema en forma matricial y discuta, a partir de la matriz del sistema, si se puede obtener la potencia efectiva que generó individualmente cada modelo de placa fotovoltaica. En caso afirmativo, obtenga dichas potencias efectivas.

b) [0,75 puntos] Resuelva la ecuación matricial $2X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Resolución**Apartado a)**

Llamamos x, y, z a la potencia efectiva de cada placa A, B, C. Planteamos el sistema:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2960 \\ 2990 \\ 2870 \end{pmatrix}$$

Calculamos el determinante de la matriz del sistema:

$$\det = 2(3 - 4) - 1(1 - 6) + 3(2 - 9) = -2 + 5 - 21 = -18 \neq 0$$

Como el determinante es distinto de cero, el sistema es **compatible determinado**: sí se puede obtener la potencia de cada placa. Resolviendo (por ejemplo, por Cramer):

✓ **Placa A: 450 W. Placa B: 500 W. Placa C: 520 W.**

⇒ **Error común:** No comprobar primero que el determinante es distinto de cero antes de resolver: sin esa comprobación no se puede afirmar que la solución es única.

Apartado b)

Calculamos M^2 , donde $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$:

$$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Entonces $2X = I \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

✓ $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$.

⇒ **Error común:** Multiplicar $M \cdot M$ sin darse cuenta de que $M^2 = I$ (matriz involutiva), lo que simplifica mucho el cálculo.

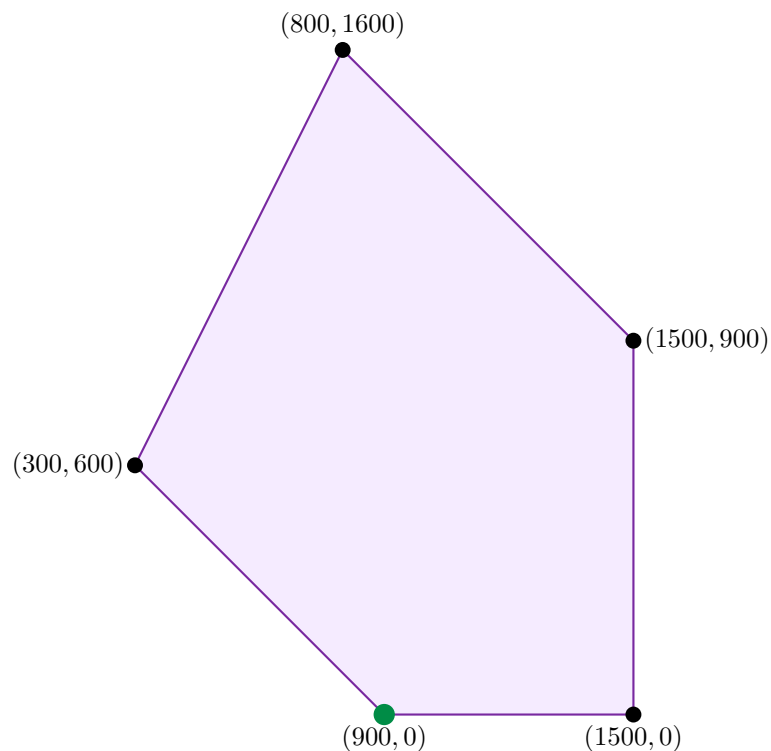
BLOQUE A · Ejercicio 2 (2,5 puntos)

Un agricultor cultiva dos tipos de lechuga: iceberg y romana. Por razones de demanda, en cada ciclo de cultivo, la cantidad de iceberg debe ser al menos la mitad de la de romana, pero no puede superar las 1500 unidades. Además, deben cultivarse en total entre 900 y 2400 lechugas. El cultivo de iceberg requiere 15 litros de agua por unidad, mientras que el de romana necesita 18 litros de agua por unidad. ¿Cuántas unidades de cada tipo de lechuga deben cultivarse para minimizar el consumo total de agua?

Resolución

Sea x = unidades de iceberg, y = unidades de romana. Función objetivo (agua a **minimizar**): $F(x, y) = 15x + 18y$.

Restricciones: $x \geq \frac{y}{2}$ (es decir $y \leq 2x$), $x \leq 1500$, $900 \leq x + y \leq 2400$, $x, y \geq 0$.



Mínimo

Evaluamos F en cada vértice:

Vértice	$F = 15x + 18y$
(900, 0)	13500
(1500, 0)	22500
(1500, 900)	38700
(800, 1600)	40800
(300, 600)	15300

✓ Deben cultivarse 900 lechugas iceberg y 0 romana, con un consumo mínimo de 13500 litros de agua.

⇒ **Error común:** Asumir que hay que cultivar también romana: la restricción solo exige que el iceberg sea *al menos* la mitad de la romana, condición que se cumple trivialmente con romana = 0; y como el agua es más barata por unidad de iceberg, conviene usar solo iceberg.

BLOQUE B · Ejercicio 3

Trinidad, una persona ahorradora, deposita 5000 € en un fondo de inversión y el capital final que obtiene cuando transcurren t años viene dado por:

$$f(t) = \begin{cases} 5000 \cdot (1 + 0,05t) & 0 \leq t \leq 1 \\ 5000 \cdot 1,05^t & t > 1 \end{cases}$$

- a) [0,75 puntos] ¿Cuánto tiempo debe mantener invertido el dinero si el capital final que se obtiene es de 5931,10 €?
- b) [0,5 puntos] Calcule los intereses que obtiene Trinidad entre el año 2 y el año 4, si se conoce que $I = f(t_2) - f(t_1)$.
- c) [0,75 puntos] Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f .
- d) [0,5 puntos] Estudie la monotonía de la función f y esboce su gráfica.

Resolución**Apartado a)**

Como $5931,10 > f(1) = 5250$, usamos el segundo tramo:

$$5000 \cdot 1,05^t = 5931,10 \Rightarrow 1,05^t = 1,1862 \Rightarrow t = \frac{\ln 1,1862}{\ln 1,05} \approx 3,5$$

✓ Debe mantenerlo invertido 3 años y medio.

Apartado b)

$$I = f(4) - f(2) = 5000 \cdot 1,05^4 - 5000 \cdot 1,05^2 \approx 565,03 \text{ €}$$

✓ Intereses entre el año 2 y el 4: 565,03 €.

Apartado c)

Continuidad en $t = 1$: $f(1) = 5250$ por ambos tramos $\Rightarrow$ **continua**.

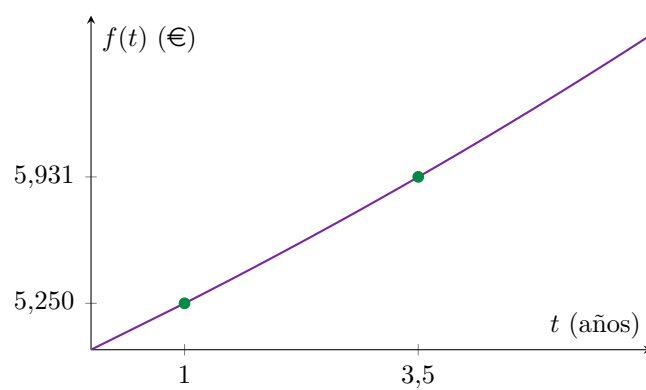
Derivabilidad: $f'(1^-) = 250$; $f'(1^+) = 5000 \ln(1,05) \cdot 1,05 \approx 256,15$. Como no coinciden:

✓ f es continua en $t = 1$, pero no derivable (punto anguloso).

$\Rightarrow$ **Error común:** Dar por hecho que continuidad implica derivabilidad: hay que comprobar ambas derivadas laterales por separado.

Apartado d)

$f'(t) > 0$ en ambos tramos $\Rightarrow f$ es estrictamente creciente en todo su dominio.



✓ f es creciente en todo su dominio: segmento recto hasta (1, 5250) y después crecimiento exponencial.

BLOQUE C · Ejercicio 4

En un determinado centro educativo, el 50 % del alumnado aprueba Historia, el 70 % aprueba Matemáticas y el 30 % aprueba ambas asignaturas. Si se elige un alumno al azar:

- a) [0,75 puntos] Halle la probabilidad de que apruebe solo una de las dos asignaturas.
- b) [0,5 puntos] Halle la probabilidad de que no apruebe más de una asignatura.
- c) [0,75 puntos] Halle la probabilidad de que apruebe Historia si ha suspendido Matemáticas.

d) [0,5 puntos] Determine si los sucesos “Aprobar Matemáticas” y “Aprobar Historia” son independientes. ¿Son incompatibles?

Resolución

$$P(H) = 0,5, P(M) = 0,7, P(H \cap M) = 0,3.$$

Apartado a)

$$P(\text{solo una}) = [P(H) - P(H \cap M)] + [P(M) - P(H \cap M)] = 0,2 + 0,4 = 0,6$$

$$\checkmark P(\text{solo una asignatura}) = 0,6.$$

Apartado b)

$$P(\text{no más de una}) = 1 - P(H \cap M) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$\checkmark P(\text{no más de una}) = 0,7.$$

Apartado c)

$$P(H/M^c) = \frac{P(H) - P(H \cap M)}{1 - P(M)} = \frac{0,2}{0,3} \approx 0,6667$$

$$\checkmark P(H/M^c) \approx 0,6667.$$

Apartado d)

$$P(H) \cdot P(M) = 0,35 \neq 0,3 = P(H \cap M) \Rightarrow \text{no independientes}$$

Como $P(H \cap M) = 0,3 \neq 0$, tampoco son incompatibles (son **compatibles**).

$$\checkmark \text{ No independientes. No incompatibles (compatibles).}$$

$\Rightarrow$ **Error común:** Confundir “no independientes” con “incompatibles”: son conceptos distintos.

BLOQUE C · Ejercicio 5

Los alumnos de un colegio de una localidad andaluza van a realizar una excursión a Sierra Nevada en tres autobuses A , B y C . En el autobús A se desplazan cuatro novenos de los alumnos, en el B la tercera parte y el resto van en el autobús C . Se sabe que el 65 % de los alumnos que viajan en el autobús A y el 40 % de los del autobús B no sabe esquiar, y todos los del autobús C sí saben esquiar. Se escoge al azar a uno de los alumnos. Calcule la probabilidad de que:

- a) [1 punto] Sepa esquiar.
- b) [0,75 puntos] Viaje en el autobús C , si sabe esquiar.
- c) [0,75 puntos] Sepa esquiar y no viaje en el autobús B .

Resolución

$P(A) = \frac{4}{9}$, $P(B) = \frac{3}{9}$, $P(C) = \frac{2}{9}$. $P(\text{sabe}/A) = 0,35$, $P(\text{sabe}/B) = 0,60$, $P(\text{sabe}/C) = 1$.

Apartado a)

$$P(\text{sabe}) = \frac{4}{9}(0,35) + \frac{3}{9}(0,60) + \frac{2}{9}(1) = \frac{26}{45} \approx 0,5778$$

$$\checkmark \quad P(\text{sabe esquiar}) = \frac{26}{45} \approx 0,5778.$$

Apartado b)

$$P(C/\text{sabe}) = \frac{2/9}{26/45} = \frac{5}{13} \approx 0,3846$$

$$\checkmark \quad P(C/\text{sabe}) = \frac{5}{13} \approx 0,3846.$$

Apartado c)

$$P(\text{sabe} \cap \text{no } B) = P(\text{sabe}) - P(B \cap \text{sabe}) = \frac{26}{45} - \frac{3}{9}(0,6) = \frac{17}{45} \approx 0,3778$$

$$\checkmark \quad P(\text{sabe y no } B) = \frac{17}{45} \approx 0,3778.$$

⇒ **Error común:** Olvidar el teorema de la probabilidad total en el apartado a), o calcular la proporción del autobús C incorrectamente (recordar que es el *resto*, no un dato directo).

BLOQUE D · Ejercicio 6

A partir de un estudio muestral se sabe que, con un nivel de confianza del 95 %, la proporción de estudiantes de una universidad que tienen carnet de conducir pertenece al intervalo (0,5616, 0,7184).

a) [0,5 puntos] Calcule la proporción muestral de estudiantes que tienen carnet de conducir.

b) [0,5 puntos] Calcule el error máximo cometido en la estimación de la proporción poblacional.

c) [1 punto] Calcule el tamaño de la muestra seleccionada.

d) [0,5 puntos] Razone qué efecto producirá sobre la amplitud del intervalo un aumento del tamaño muestral.

Resolución**Apartado a)**

$$\hat{p} = \frac{0,5616 + 0,7184}{2} = 0,64$$

✓ $\hat{p} = 0,64$.

Apartado b)

$$E = \frac{0,7184 - 0,5616}{2} = 0,0784$$

✓ **Error máximo** = 0,0784.

Apartado c)

Para el 95 %: $z = 1,96$ (tabla, exacto).

$$n = \frac{z^2 \hat{p}(1 - \hat{p})}{E^2} = \frac{1,96^2 \times 0,64 \times 0,36}{0,0784^2} = 144$$

✓ $n = 144$ **estudiantes**.

⇒ **Error común:** Usar z redondeado sin comprobar en la tabla que $\Phi(1,96) = 0,975$ coincide exactamente con el 95 % de confianza (no hace falta interpolar aquí).

Apartado d)

Al aumentar n , el error $E = z\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n}$ disminuye.

✓ **La amplitud del intervalo disminuye al aumentar el tamaño muestral.**

BLOQUE D · Ejercicio 7

El tiempo de adaptación a la guardería, en días, de los menores de dos años andaluces, sigue una distribución Normal de media 10,5 días y desviación típica 1,5 días.

a) [1,25 puntos] Se toma una muestra aleatoria de 25 menores de estas características. ¿Qué distribución sigue la media muestral del tiempo de adaptación? ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de adaptación de esta muestra supere los 10 días?

b) [1,25 puntos] ¿Qué porcentaje de muestras de tamaño 25 nos proporcionará un tiempo medio de adaptación entre 8 y 11 días?

Resolución**Apartado a)**

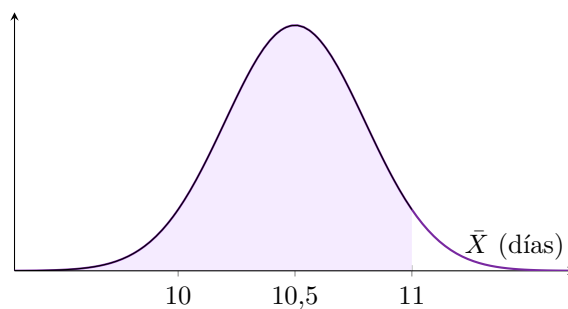
Con $n = 25$: $\bar{X} \sim N\left(10,5, \frac{1,5}{\sqrt{25}}\right) = N(10,5, 0,3)$.

$$P(\bar{X} > 10) = P\left(Z > \frac{10 - 10,5}{0,3}\right) = P(Z > -1,67) = \Phi(1,67) = 0,9525$$

✓ $\bar{X} \sim N(10,5, 0,3)$. $P(\bar{X} > 10) = 0,9525$.

Apartado b)

$$P(8 < \bar{X} < 11) = \Phi\left(\frac{11 - 10,5}{0,3}\right) - \Phi\left(\frac{8 - 10,5}{0,3}\right) = \Phi(1,67) - \Phi(-8,33) \approx 0,9525 - 0 = 0,9525$$



✓ Aproximadamente el 95,25 % de las muestras dará un tiempo medio entre 8 y 11 días.

⇒ **Error común:** Olvidar dividir σ entre $\sqrt{n}$ al pasar de la variable individual a la media muestral, o no percatarse de que $\Phi(-8,33)$ es prácticamente cero por estar tan alejado de la media.